Comment obtenir la distance entre deux points connus en longitude et latitude sur la sphère ?

INSTITUT NATIONAL DE L'INFORMATION GÉOGRAPHIQUE ET FORESTIÈRE

Les logiciels Circé

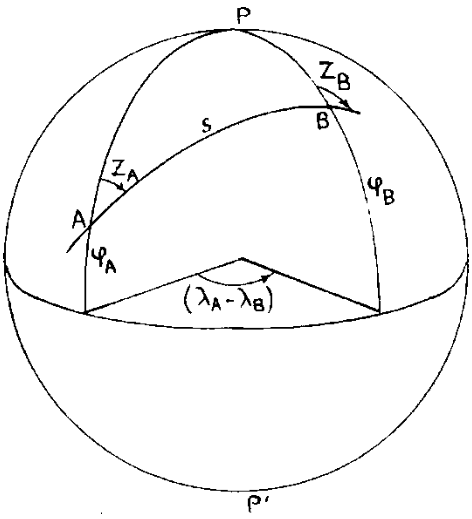
La géodésique est la trajectoire correspondant à **la distance minimale entre deux points** sur une surface. Dans le cas de la sphère, c'est **un arc de grand cercle**.

Connaissant la position de deux points A et B sur une sphère, calculer la distance entre eux revient donc à calculer l'abscisse curviligne S (AB) sur le grand cercle passant par A et B.

Si l'on considère deux points A et B sur la sphère, de latitudes φ_A et φ_B et de longitudes λ_A et λ_B, alors la **distance angulaire en radians** $S_{A\text{-}B}$ entre A et B est donnée par la relation fondamentale de trigonométrie sphérique, utilisant $\mathbf{d\lambda = \lambda_B - \lambda_A}$:

$$S_{A\text{-}B} = \arccos(\sin\varphi_A \sin\varphi_B + \cos\varphi_A \cos\varphi_B \cos d\lambda)$$

La distance S en mètres, s'obtient en multipliant $S_{A\text{-}B}$ par un rayon de la Terre conventionnel (6 378 137 mètres par exemple).



•

Pour davantage de précision, il est possible de calculer un **rayon de courbure local** :
Le rayon de la sphère qui se rapproche au mieux de l'ellipsoïde de demi grand axe **a** et d'excentricité **e** en un point de latitude **φ** est donné par la racine carrée du produit de ρ et N (rayons de courbure principaux de l'ellipsoïde de révolution, respectivement dans la direction du méridien et dans la direction du parallèle), tels que :

$$\rho = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{\left(1 - e^2 \cdot \sin^2(\varphi)\right)^{\frac{3}{2}}} \qquad \text{et} \qquad N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2(\varphi)}}$$

On obtient ainsi une sphère dont la courbure totale est égale **localement** à celle de l'ellipsoïde.

Exemples

Soient deux points A et B :

$\lambda_A = 0°$

$\varphi_A = 45°$

$\lambda_B = 1° \, 50' \, 03.156468''$

$\varphi_B = 46° \, 15' \, 28.463641''$

La distance entre A et B calculée **sur l'ellipsoïde IAG-GRS80** est

S = 200 km

Le calcul de la distance **sur la sphère de Picard** (rayon 6371598m) est

S = 199,7744550 km

Le calcul de la distance **sur la sphère IAG-GRS80** (rayon 6378137m) est

S = 199,9794782 km

Soient deux points A et B :

$\lambda_A = -5°$

$\varphi_A = 40°$

$\lambda_B = -3° \, 18' \, 44.877103''$

$\varphi_B = 41° \, 15' \, 40.924579''$

La distance entre A et B calculée **sur l'ellipsoïde IAG-GRS80** est

S = 200 km

Le calcul de la distance **sur la sphère de Picard** est

S = 199,8914187 km

Le calcul de la distance **sur la sphère IAG-GRS80** (rayon 6378137m) est

S = 200,0965619 km

Au sens **global**, une bonne sphère approchée de l'ellipsoïde de révolution, de demi grand axe a et de demi petit axe b, peut être prise avec un rayon égal à **$(2a+b)/3$**.

IGN • Service de Géodésie et de Métrologie • 73 avenue de Paris, 94165 Saint-Mandé Cedex • 01 43 98 83 25 • geodesie@ign.fr