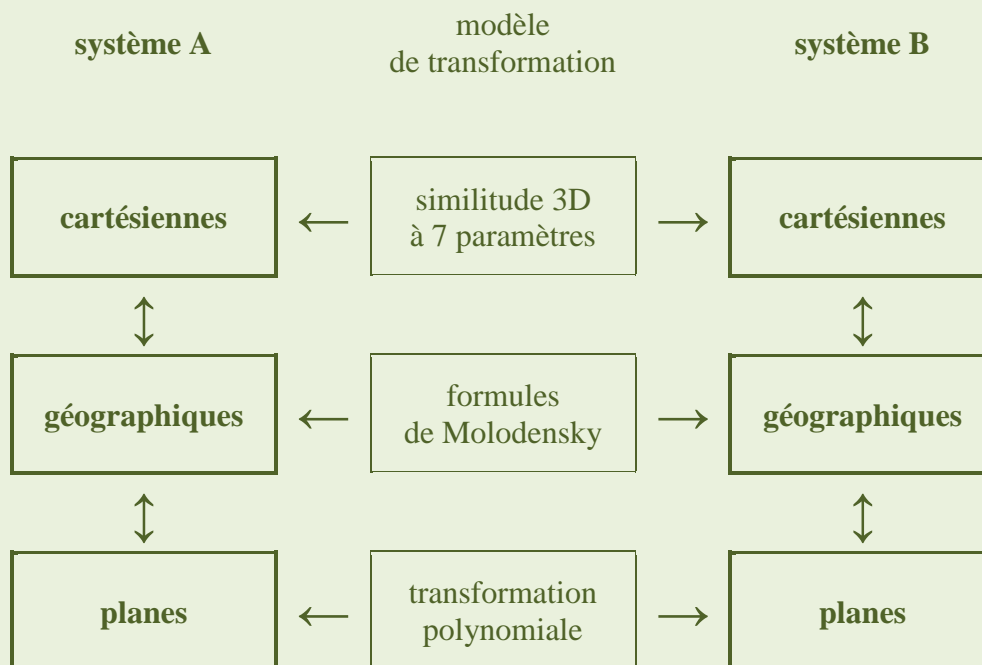


## Comment peut-on effectuer un changement de système géodésique ?

### Processus de changement de système

On entend par **changement de système géodésique** la transformation qui permet d'exprimer les coordonnées cartésiennes, géographique ou planes d'un point dans un autre système géodésique. Il peut être détaillé selon ce modèle :



La transformation la plus utilisée est la **similitude 3D** car elle présente l'avantage de pouvoir être utilisée dans les deux sens : les mêmes paramètres servent à transformer des coordonnées exprimées dans le système A vers le système B ou du système B vers le système A.

Les **formules de Molodensky** sont des développements limités dont l'ordre influe sur la précision finale : le passage inverse nécessite l'application de formules différentes.

La **transformation polynomiale** ne s'applique que sur des zones restreintes (pour conserver une précision comparable à celle obtenue par l'emploi d'une similitude).

### Similitude 3D à sept paramètres (également appelée transformation de Helmert)

Les formules permettant de passer du système A au système B font intervenir trois **translations** ( $T_X$ ,  $T_Y$ ,  $T_Z$ ) en mètres, trois **rotations exprimées selon la convention de l'IERS<sup>1</sup>** ( $R_X$ ,  $R_Y$ ,  $R_Z$ ) en radians et un **facteur d'échelle** ( $\Delta$ ) en ppm. Compte tenu des faibles rotations utilisées (quelques secondes d'arc), les formules peuvent s'écrire :

$$\begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} + \Delta \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -R_Z & R_Y \\ R_Z & 0 & -R_X \\ -R_Y & R_X & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix}$$

### Transformation standard NTF ↔ WGS84

A partir des éléments de géodésie spatiale (Doppler) des années 1970 et 1980, il a pu être établi pour la France un modèle entre la NTF et le système WGS84. Aucune rotation ou défaut d'échelle globaux n'ont pu être mis en évidence. C'est donc un modèle ainsi réduit à trois paramètres (translations) qui a été retenu et largement utilisé.

$$\begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -168 \\ -60 \\ +320 \end{pmatrix}$$

Les valeurs de ces paramètres correspondent à la valeur officielle définie par l'IGN **pour la France** dans le document **Nouveaux systèmes géodésiques utilisables en France (WGS84, ED87)** (RT/G n°14).

A l'époque de sa détermination, la précision de ce modèle était estimée à **environ 2 mètres**. Les déterminations effectuées au travers de l'établissement du RBF (environ 1000 points dans les systèmes RGF93 et NTF) confirment ces valeurs à 20 cm près, ainsi que la précision annoncée (soit 2 mètres, avec des valeurs extrêmes inférieures à 5 mètres).

Cette transformation standard a été adoptée dans la quasi totalité des traitements jusqu'à la mise à disposition de **la transformation par grille de paramètres** (voir page 4).

<sup>1</sup>International Earth Rotation and Reference Systems Service

### Transformation standard NTF ↔ ED50

$$\begin{vmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -84 \\ +37 \\ +437 \end{vmatrix}$$

Il existe plusieurs jeux de paramètres de transformation entre NTF et ED50. Celui-ci correspond à la valeur officielle défini par l'IGN **pour la France** dans le document **Définition des systèmes géodésiques utilisés en France (NTF, ED50, WGS72)** (RT/G n°7).

### Transformation standard ED50 ↔ WGS84

$$\begin{vmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -84 \\ -97 \\ -117 \end{vmatrix}$$

Cette transformation est issue de la composition des transformations **ED50 vers WGS72** et **WGS72 vers WGS84**. Les valeurs de ces paramètres correspondent à la valeur officielle définie par l'IGN **pour la France** dans les documents **Nouveaux systèmes géodésiques utilisables en France (WGS84, ED87)** et **Définition des systèmes géodésiques utilisés en France (NTF, ED50, WGS72)** (RT/G n°14 et n°7 ).

## Transformations par grille de paramètres NTF ↔ RGF93

Dans le contexte de l'introduction d'un nouveau système géodésique de référence pour la France métropolitaine, l'Institut de l'information géographique et forestière a développé un nouveau processus de transformation de coordonnées. Il facilite le passage de l'ancien système (NTF – Nouvelle Triangulation de la France) au nouveau (RGF93).

Le principe de ce processus de transformation est **l'interpolation** de paramètres tridimensionnels de translation entre systèmes dans un semis de points régulièrement répartis (appelé **grille**).

Ces points constituent **la grille de paramètres GR3D97A** au pas régulier de **0.1° en longitude et latitude**.

La grille de paramètres de transformation de coordonnées NTF ↔ RGF93 est fournie sous la forme du fichier texte (ASCII) :

```
GR3D 002024 024 20370201
GR3D1 -5.5000 10.0000 41.0000 52.0000 .1000 .1000
GR3D2 INTERPOLATION BILINEAIRE
GR3D3 PREC CM 01:5 02:10 03:20 04:50 99>100
-5.500000000 41.000000000 -165.027 -67.100 315.813 99 -0158
-5.500000000 41.100000000 -165.169 -66.948 316.007 99 -0157
-5.500000000 41.200000000 -165.312 -66.796 316.200 99 -0157
.....
-4.900000000 47.600000000 -170.859 -58.180 322.743 99 -0321
-4.900000000 47.700000000 -170.815 -58.186 322.693 03 L0320
-4.900000000 47.800000000 -170.773 -58.204 322.644 03 L0320
-4.900000000 47.900000000 -170.732 -58.233 322.596 02 0319
...
```

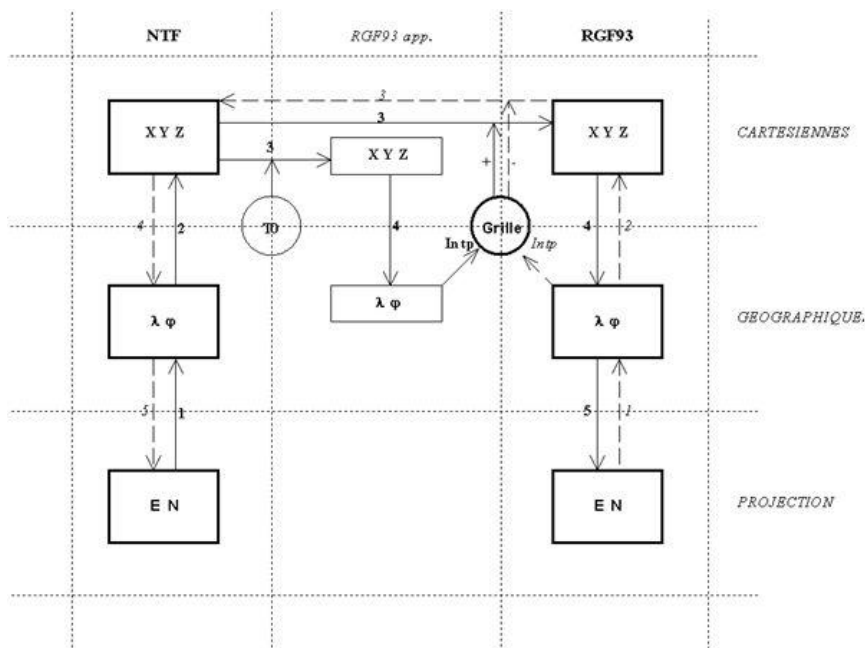
Entête			
Champ	Définition	Valeurs	Définition
<b>GR3D</b>	codes IGN	002024	002 (NTF) vers 024 (RGF93)
		024	RGF93
		2	coordonnées géographiques
		037	ellipsoïde IAG-GRS80
		02	degrés décimaux
		01	méridien international (Greenwich)
<b>GR3D1</b>	valeurs en degrés	-5.5000	longitude minimale
		10.0000	longitude maximale
		41.0000	latitude minimale
		52.0000	latitude maximale
		.1000	pas en longitude (0.1°)
		.1000	pas en latitude (0.1°)
<b>GR3D2</b>	texte	Interpolation bilinéaire	
<b>GR3D3</b>	Codes IGN	PREC CM...	précision de la transformation

Corps	
Valeur	Définition
-5.500000000	Longitude dans le système géodésique RGF93
41.000000000	Latitude dans le système géodésique RGF93
-165.027	T <sub>X</sub> : Translation en X dans le sens NTF → RGF93 <sup>2</sup>
-67.100	T <sub>Y</sub> : Translation en Y dans le sens NTF → RGF93
315.813	T <sub>Z</sub> : Translation en Z dans le sens NTF → RGF93
99	code précision
« », L, -	caractère f50 : « », <i>feuille existante</i> L, <i>feuille fictive en limite de zone d'application de la grille</i> -, <i>feuille fictive hors zone d'application de la grille</i>
0158	n de feuille 1: 50000

Le processus de transformation de coordonnées est dépendant du sens de la transformation. L'interpolation est directe à partir des coordonnées géographiques dans le sens RGF93 → NTF. Elle nécessite un premier calcul approché dans le sens NTF → RGF93.

<sup>2</sup> Les 3 paramètres correspondent aux coordonnées, dans le système RGF93, de l'origine du système NTF.

## Schéma du processus de transformation de coordonnées utilisant la grille de paramètres



## Rappel : Conversions de coordonnées dans un même système de référence géodésique

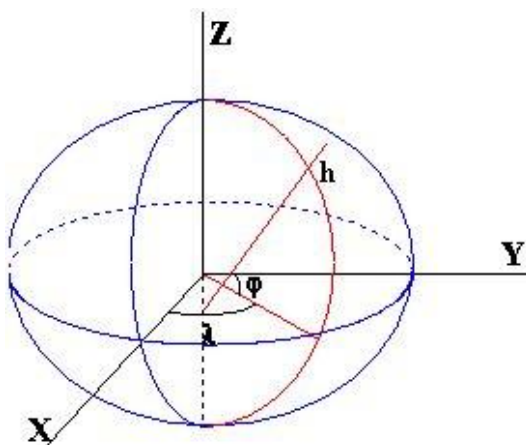
### Géométrie de l'ellipsoïde

À partir des valeurs du demi-grand axe **a** et de l'aplatissement **f**, il est possible de calculer le demi-petit axe **b** de l'ellipsoïde, ainsi que son aplatissement **e**.

$$b = a(1 - f)$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$

### Transformation de coordonnées géographiques ↔ cartésiennes



$$\begin{aligned} X &= [N + h] \cos \varphi \cos \lambda \\ Y &= [N + h] \cos \varphi \sin \lambda \\ Z &= [N(1 - e^2) + h] \sin \varphi \end{aligned}$$

$$e^2 = (a^2 - b^2) / a^2$$

$$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}$$

$$N = a / W$$

$$\rho = a(1 - e^2) / W^3$$

$$r = N \cos \varphi$$

### Transformation de coordonnées cartésiennes ↔ géographiques<sup>3</sup>

$$f = 1 - \sqrt{1 - e^2}$$

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

$$\lambda = \operatorname{arctg}\left(\frac{Y}{X}\right)$$

$$\mu = \operatorname{arctg}\left[\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \cdot \left((1 - f) + \left(\frac{e^2 a}{R}\right)\right)\right]$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left[\frac{Z(1 - f) + e^2 a \sin^3 \mu}{(1 - f) \left[\sqrt{X^2 + Y^2} - e^2 a \cos^3 \mu\right]}\right]$$

$$h = \left[\sqrt{X^2 + Y^2} \cdot \cos \varphi\right] + [Z \sin \varphi] - \left[a \sqrt{1 - e^2} \sin^2 \varphi\right]$$

### Transformation de coordonnées géographiques ↔ planes

Ces transformations, qui dépendent de formules spécifiques à chaque projection, ne sont pas détaillées dans le présent document.

<sup>3</sup>Source : Bowring, 1985, « The accuracy of geodetic latitude and height equations », Survey Review, 28